

# 1er examen parcial de CALCULO

Grupo 4M-A - (9/04/2015)

---

1. (1 punto) Definición de sucesión de números reales convergente.

---

2. (1 punto) Calcule, si existen, los límites siguientes:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\arctg(n^3)}{n^3}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{3n^2+1} + \frac{n}{3n^2+2} + \dots + \frac{n}{3n^2+n} \right)$$

---

3. (1 punto) Calcule  $\lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left( \frac{4n^2}{4n^2-1} \right)^{(n+1)^2}$

---

4. (1 punto) Dada la sucesión definida de forma recurrente

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = 10 \\ a_{n+1} = \sqrt{a_n + 6}, \quad n \geq 1 \end{array} \right\} \text{ estudie si es convergente, y}$$

en caso afirmativo, calcule su límite.

---

5. (1 punto) Estudiar la convergencia de las series

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{2n} \cdot n!}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n-1}{n} \right)^{n^2}$$

---

6. (1 punto) Estudiar la convergencia de las series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n^3)}{n^3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n^3)}{3^n}$$

sigue  $\rightarrow$

7. (3 puntos) Dada la serie de potencias  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)2^n}$ ,

llamaremos  $F(x)$  a la función que nos define en el interior de su campo de convergencia. Se pide:

- 1) Hallar el radio de convergencia y el campo de convergencia.
  - 2) Hallar el valor de la función  $F(x)$  en el punto  $x=2$
  - 3) Hallar el valor de la derivada enésima de la función  $F(x)$  en el punto  $x=0$ , justificándolo teóricamente.
  - 4) Calcular el radio y el campo de convergencia de la serie derivada de la dada  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{(n+1)2^n}$
- 

8. (1 punto) Calcular las siguientes integrales indefinidas

$$\int x e^{5x} dx, \quad \int \frac{3x^2 - 3x - 1}{(x-2)(x^2+1)} dx$$

(Tiempo 2 horas)